

DIDACTIQUE DES NOMBRES NATURELS ET DES ENTIERS RELATIFS

Gino Beaulieu / Véronique Sirois / Josée Todd

Interventions générales

Travailler la méthodologie de travail, l'organisation + laisser des traces de sa démarche / quand les élèves n'ont aucune compréhension, il faut faire le problème concrètement / faire comprendre le problème par de plus petites mesures.

Il faut créer une représentation du sens par des moyens concrets, varier les types d'activités pour varier les sens possibles d'un concept.

À éviter : dire, montrer, expliquer, « je vais faire », truc.

Intervention type

1. L'enseignant doit voir et comprendre l'erreur.
2. Questionner le raisonnement de l'élève.
3. Faire voir l'erreur à l'enfant par la confrontation : suite à la manipulation (c'est l'élève qui manipule), par les pairs ou par un contre-exemple.
4. Revenir sur les préalables qui non pas été acquis / ou sur les règles inventées par l'élève.
5. Questionner l'élève (questions ouvertes : pourquoi, comment?)
6. Refaire un problème mais avec des données plus petites.

Pour la multiplication de fraction, il s'agit je crois de faire comprendre que le signe "x" dans $1/2 \times 2/3 =$ veut dire "de"... Il faut donc que l'élève prenne le nombre de petits carrés (la moitié) à l'intérieur du deux tiers de l'ensemble des petits carrés.

NOMBRES DÉCIMAUX (texte 13)

Erreurs et difficultés possibles :

-Sur les opérations : $0,5 + 0,7 = 0,12$. Ne voit pas l'entier dans la réponse, la virgule empêche les nbres de traverser, valeur positionnelle. Solution : planche à calculer / $0,2 \times 0,2 = 0,4$ Erreur sur le sens de la multiplication de décimaux (fractions). Solution : faire multiplier des fractions $2/10 \times 2/10 = 4/100$ / $3,2 \times 4,5 = 144$. Truc incomplet, l'élève se dit que les 2 nombres ont un chiffre après la virgule, donc que la virgule va à un nombre après la virgule (144,0). Solution : faire une estimation.

125 divisé par 3 = 41,2. Erreur d'algorithme, la vraie réponse étant 41 reste 2. Solution : utiliser la planche à calculer pour faire comprendre pourquoi la virgule donne le droit d'ajouter un zéro au reste (l'unité devient le dixième)

On doit toujours revenir aux fractions pour multiplier des nombres décimaux parce que le sens de la multiplication de nombres décimaux est différent.

La multiplication de fraction : le signe x veut dire « de ». On cherche une partie d'une partie.

La division de fraction : le nombre de fois que cette partie là est présente dans la plus grande partie.

PROBABILITÉS : météo, loterie, hasard. *Définition* : Le rapport entre le nombre de cas favorables et le nombre de cas possibles d'une expérience dite aléatoire] JAMAIS CHANCE. Le vocabulaire au primaire : Certain/possible/impossible (1^{er}) Activités plus complexes (2^e) situations quantitatives/ fractions/ pourcentage (3^e) Difficultés : Au premier cycle : Difficulté à différencier « certain » et « possible » vocabulaire, très abstrait, concept de rapport (crucial à la compréhension) processus très lent (importance de faire beaucoup d'activités) sens du rapport 14 ans et+ *manipulation* 120x minimum pour tendre vers la probabilité. Double Objectifs mathématique et éthique. *Savoirs essentiels* : Expérimentation d'activités liées au hasard (1-2-3) Prédiction d'un résultat(1-2-3) Dénombrement des résultats possibles d'une expérience aléatoire simple(1) Probabilité qu'un évènement simple se produise (+probable-probable également probable (2-3) Dénombrement de résultats possibles d'une expérience aléatoire à l'aide d'un tableau d'un diagramme en arbre(2-3) comparaison de résultats d'une expérience aléatoire aux résultats théoriques connus(3) Simulation avec ou sans l'aide de l'ordinateur(2-3)**Ordre à respecter** : 1.Prédiction (tous les cycles) 2.Expérimentations (variées, nombreuses (120 fois chacune pour tendre vers la probabilité) et en fonction de l'âge) (tous les cycles) 1^{er} cycle : quotidien et activités de hasard simples (Développer le langage et la compréhension de *certain- possible-impossible*) 2^e cycle et 3^e cycle: expérimentations d'activités de hasard simples et plus complexes (Développer le langage de *plus probable- moins probable-également probable*)

1- Dénombrement des résultats possibles d'une expérience aléatoire (tous les cycles)

2^e- 3^e cycle : organisation des données en diagramme en arbre, combinatoire, tableau

2- Comparer les résultats obtenus avec les résultats théoriques connus même si le sens de rapport n'est pas encore développé (plus de 14 ans)

Difficultés : Se décentrer, Le langage : sens de possible –impossible- certain, Processus très lent, Construire du sens, Construire le sens de rapport

MOYENNE : sommes de toutes les données / nbre de données. Redistribution égalité équilibre.

Difficultés : croire que c'est le milieu, c'est un résultat réel, tout le monde à cette note, calcul, données manquante, zéro, ajout par la suite. Calcul de la moyenne, Donnée manquante si moyenne et autres données sont connues, Une donnée 0 ajoutée n'est pas considérée, Une donnée ajoutée additionnée à la moyenne avant de rediviser plutôt que recommencer le calcul des données, Choisir la donnée du milieu comme moyenne, Raisonner comme une fraction, Croire que la moyenne est le nombre réel.

* La compréhension = PAS le calcul*

FRACTIONS : 1^{er} cycle : fraction au quotidien. Nombre sur une droite numérique, sens de rapport, partie d'un tout-ensemble, division et mesure, comprendre le sens et l'écriture de la fraction. *Savoirs essentiels* : 1^{er} cycle – en lien avec le quotidien, 2^e cycle – à partir d'un tout, collection, lecture et écriture, numérateur-dénominateur, représentations variées. 3^e cycle – retour du 2^e cycle, ordre, comparaison, expressions équivalentes, fractions équivalentes, pourcentage. *Partie équivalente VS*

Fraction équivalente : difficultés importantes pour les élèves. *Autres difficultés* : une demie est différente pour chaque tout. Numérateur et dénominateur (vocabulaire), fraction vs le tout, sens de la fraction, conservation, forme a/b , lecture des fractions, vocabulaire, notion de parties égales, visualisation des fractions, voir les entiers, pas une utilisation quotidienne. Applications des algorithmes. Utilisations des trucs qui amènent des erreurs dans les algorithmes. *Solutions* : travailler avec les mosaïques, travailler avec les casse-têtes, la ferme, les réglettes pour la conservation des /fractions. Donner les activités qui donnent du sens aux fractions.

Sens des fractions

Nombre : comme nombre servant à effectuer des calculs ou comme nombres se situant sur la droite numérique.

Partie d'un tout : Consiste à prendre une grandeur continue (objet (barre chocolat) ou région (rectangle)) et à la subdiviser en parties égales afin de prélever certaines parties sur le tout. Ex. $3/12$ peut représenter 3 parties égales d'un rectangle sur un total de 12.

Partie d'un ensemble : s'apparente beaucoup à celui de relation partie d'un tout. Toutefois, c'est une grandeur discrète (tel un ensemble (une douzaine d'œufs)) qui est divisée en parties égales. Une part est ensuite choisie de cet ensemble. Ex. $3/12$ peut représenter trois objets de même nature sur un total de 12. (3 œufs sur la douzaine)

Rapport : correspond à une comparaison qui exprime une relation entre deux grandeurs ou entre deux ensembles finis d'objets de même nature. Le sens rapport désigne des situations où aucune des deux grandeurs comparées ne fait partie de l'autre. Ex. $3/12$ peut représenter 3 objets noirs pour 12 objets blancs. Donc, il y a 15 objets au total. Les échelles de cartes géographiques sont un exemple.

Quotient : s'explique par la présence du numérateur divisé par le dénominateur. Ex. $\frac{1}{2}$ est le résultat de 1 divisé par 2.

Mesure : est un rapport entre une grandeur mesurée et une autre grandeur de même espèce choisie comme unité de mesure. La différence principale entre le sens rapport et le sens mesure est la présence d'une unité de mesure. Ex. les sous-unités de mesure de longueur ou d'aire, les heures, les recettes et les distances sont des exemples quotidiens.

Probabilité : ne s'exprime qu'à l'aide d'une quantité se situant entre 0 et 1. Ex. la probabilité est de $\frac{1}{2}$ qu'il gagne.

Opérateur : la fraction peut être considérée comme un opérateur lorsqu'elle peut agir sur une grandeur quelconque. Ex. pour savoir à combien de bonbons correspond $\frac{2}{5}$ de 50, la première opération est de diviser 50 en 5 parts égales et ensuite de multiplier par 2 ou l'inverse. $\frac{2}{5}$ de 50km – mesure $\frac{2}{5}$ de 50 bonbons - 2 opérations $\frac{2}{5}$ du carré – partie d'un tout $\frac{3}{16}$ de 16 autos – partie d'un ensemble (1 opération).

VOLUME : Aire x hauteur. La place d'un objet dans l'espace. *Difficultés* : mélange le concept aire et périmètre, 3D, abstrait, sens commun vs sens mathématique, pas de manipulation, conservation, visualisation. (Pour les aider avec la visualisation : les faire estimer combien il y a de mètres cubes dans la classe, travailler avec les cubes emboîtables) Beaucoup d'acquis à avoir avant de faire du volume (aire, multiplication, prisme, longueur, hauteur, largeur, mesure avec les unités conventionnelles.) *Savoirs essentiels* : 2^e cycle – unité non-conventionnelle, 3^e cycle : unité conventionnelle et relations entre les unités. Travailler le transfert des unités non-conventionnelles aux unités conventionnelles. Se servir de l'estimation pour raffiner la visualisation. Meilleure façon de voir le volume = objet dans l'eau. AU DEUXIÈME CYCLE : Émergence de leur propre définition + utilisation d'unité non-conventionnelle.

****Meilleure façon de voir le volume d'un objet : travailler dans l'eau**** -**Idées d'activité avec le volume**- 1. Avoir vu les préalables (aire, mesure, formule) 2. Conceptions initiales sur le volume 3. Carré- cube qu'elle est la différence ? 4. Prisme et cube : remplir les cubes... lequel est le plus gros ? Lequel contient le plus ? comparaison 5. Qu'est-ce que le volume ? 6. Remplir les objets mais avec les règles de la mesure. 7. Éviter les billes et les plumes ... Puisque cela ne remplit pas au complet les objets. 8. Espace occupé = volume.

AIRE : 2^e cycle : estimation et mesurage avec des unités non-conventionnelles. 3^e cycle : relations entre les unités de mesure, quadrillage et unité conventionnelle.

Stratégies : découpage et superposition, propriétés des rectangles avec la diagonale, calcul de l'aire et géométrie des rectangles. *Difficultés* : Visualisation, perception visuelle de conservation des surfaces, données manquantes, figures irrégulières. // Préalables : Géométrie. **Surface** : par quoi commencer : 1. conceptions initiales sur la surface et le périmètre, 2. proposer deux surfaces et comparer, 3. recouvrement par pliage, découpage ou superposition, 4. définir une unité commune, 5. définir les règles du mesurage, 6. trouver une unité de mesure propre à la surface et 7. faire la formule (6^e année)

VOLUME et AIRE : toujours partir des unités non-conventionnelles. Avoir une unité de mesure commune et accessible dans l'environnement. La logique dans une séquence d'apprentissage.

DÉCIMAUX : Un nombre rationnel écrit selon le système décimal. Nombre à virgule, les entiers sont des nombres décimaux, mais les décimaux ne sont pas des nombres entiers. *Savoirs essentiels* : 2^e cycle – approche avec l'argent (limitatif), représentations variées (dire 0 et $\frac{2}{3}$ et 0,66) division avec reste et ordre (très difficile)) Utiliser la virgule au lieu du point (oral et écrit) Décomposition : abaque et planche à calculer // 2^e cycle : le sens de la fraction doit être compris. Éviter les modèles puisqu'ils incitent les élèves à faire des erreurs. Erreurs fréquentes : Ne pas tenir compte des zéros et de la virgule, Valeur positionnelle. *Difficultés*

avec les décimaux: Le nombre suivant, entre deux nombres = infinité, ordre de lecture (compréhension), valeur positionnelle, considérer 6,00 différent de 6, peut difficilement fabriquer des collections de nombres tels 13,5 versus 100 objets. Nombres difficiles à se représenter concrètement. Traiter les décimaux comme les entiers (classement, opérations, compréhension). Séparer les entiers des chiffres après la virgule (ne pas voir globalement le nombre). Ne pas comprendre la valeur positionnelle et ne pas comprendre les relations entre ces différentes positions. Les trucs (ex multiplication, compter le nombre de chiffres après la virgule). Les trucs avec la multiplication des entiers par 10- 100- 1000; avec les décimaux, je mets le zéro à l'entier, à la décimale ou au deux parties? Comprendre le reste dans la division. Convertir des décimaux en fractions et vice-versa.

CONVERSION DE MESURE : Développer la compréhension et enlever les référents ! Faire jouer avec les sous-unités de mesure. Difficultés : Valeur positionnelle, virgule, système base 10.